Física de Radiaciones I
Hoja 2 - 2018 – Instituto de Física

12. Suponga que $\vec{E}(\vec{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\theta(vt-r)\frac{\vec{r}}{r}; \vec{B}(\vec{r},t) = 0$, donde θ es la función de Heaviside y v una velocidad.

a. Muestre que estos campos satisfacen las ecuaciones de Maxwell y determine la densidad de carga ρ y corriente $\vec{J}$. Tenga en cuenta que $\vec{\nabla}\cdot\frac{\hat{r}}{r^2} = 4\pi\delta^3(\vec{r})$

b. Describa la situación física a la que corresponde.

13. Obtenga las condiciones de borde en la interfase de dos medios para los campos eléctrico y magnético a partir de las ecuaciones de Maxwell. Considere que los mismos pueden tener tanto una densidad de carga superficial como una densidad de corriente superficial. Considere:

a. Las ecuaciones de Maxwell en el vacío.

b. Las ecuaciones de Maxwell en la materia.

14. Verifique que se satisfacen las ecuaciones de Maxwell y encuentre los campos, corrientes y carga correspondientes a

a. $\phi(\vec{r},t) = 0; \vec{A}(\vec{r},t) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r^2}\frac{\vec{r}}{r}$. Luego use la función de gauge $\lambda = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qt}{r}$ para transformar los potenciales y comente el resultado.

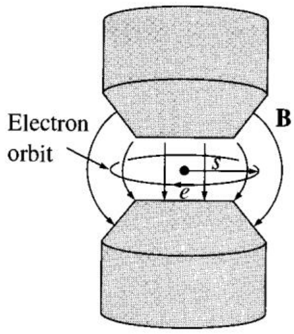
b. $\phi(\vec{r},t) = 0; \vec{A}(\vec{r},t) = A_0\sin(kx-wt)\hat{y}$. Indique qué relación deben cumplir k y w.

15. Considere una onda plana caracterizada por un E_x, mientras que B_y se propaga en el sentido positivo de z, de modo que: $\vec{E} = \hat{x}E_0\sin\frac{2\pi}{\lambda}(z-ct)$

Demuestre que es posible tomar un campo escalar $\phi = 0$ y hállese un posible potencial vector $\vec{A}$. Asegúrese que se satisface la condición de Lorentz $\frac{1}{c^2}\frac{\partial\phi}{\partial t} + \vec{\nabla}\cdot\vec{A} = 0$.

16. Repitiendo los cálculos dados en clase, pero utilizando $\vec{J_l}$ en vez de $\vec{J}$, deduzca la expresión del vector de Poynting para un medio material $\vec{S} = \vec{E}x\vec{B}$ y muestre que $\frac{\partial u_{em}}{\partial t} = \vec{E}.\frac{\partial\vec{D}}{\partial t} + \vec{H}.\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}$. Para medios lineales muestre que $u_{em} = \frac{1}{2}(\vec{E}.\vec{D} + \vec{H}.\vec{B})$. Sin construir explícitamente el tensor de Maxwell para medios materiales muestre que la densidad de momento lineal es $\vec{\mathcal{P}} = \vec{D}x\vec{B}$.

17. Los electrones en un ciclotrón son acelerados aumentando un campo magnético y es el campo eléctrico generado por esta variación el que les imparte aceleración tangencial. Esto es lo que ocurre en los betatrones. Se trata de mantener el radio de la órbita constante durante el proceso. Muestre que esto es posible diseñando un imán tal que el campo promedio en el área de la órbita sea el doble que el campo en la circunferencia: $B(R) = \frac{1}{2}\frac{\phi_B}{\pi R^2}$. Asuma que los electrones parten del reposo con campo nulo y que el aparato es simétrico alrededor del centro de la órbita. Asuma que los electrones son no relativistas (¿por qué?).



18. Considere un trozo de alambre de longitud L en que se establece una diferencia de potencial V, por el que circula una corriente I. Por efecto Joule en el mismo se disipa una potencia VI. Obtenga este resultado de la siguiente forma:

a. Calcule el vector de Poynting en la superficie del alambre.
b. Integre el mismo en la superficie.

19. Considere una onda esférica:

$$\vec{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\sin(\theta)}{r}\left[\cos(kr - wt) - \frac{1}{kr}\sin(kr - wt)\right]\vec{\phi};$$

$con \frac{w}{k} = c$. $\vec{\phi}$ es el versor correspondiente a la coordenada azimutal.

a. Verifique que este C.E. verifica las ecuaciones de Maxwell en el vacío. Calcule el C.M.

b. Calcule el vector de Poynting. Calcule el promedio temporal y obtenga el vector intensidad $\vec{I}$. Discute si este último tiene la dirección que se esperaría y si decae como r^2.

c. Integre el vector intensidad en una superficie esférica para determinar la potencia total radiada.

20. La notación compleja permite calcular promedios temporales en un período de forma mucho más sencilla. Considere $f(\vec{r},t) = A.\cos(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_a)$ y $g(\vec{r},t) = B.\cos\left(\vec{k}.\vec{r} - \omega t + \delta_b\right)$ y las mismas funciones en notación compleja F y G muestre que:

$$< fg > = \frac{1}{2}Re\{FG^*\}$$

Escriba entonces $< u >$ y $< \vec{S} >$ en función de los C.E.M. en notación compleja.